



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
UNIDAD DE LABORATORIOS  
LABORATORIO "A"  
SECCIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

## PRÁCTICA 3 TORRE DE OSCILACIÓN

### 1. Objetivos

Estudiar las oscilaciones libres de una columna de agua en una torre de oscilaciones o chimenea de equilibrio, con el fin de:

- Obtener la ecuación fundamental que rige el movimiento de la superficie libre del fluido en la torre de oscilaciones.
- Comparar los resultados experimentales con los resultados teóricos.
- Demostrar que las oscilaciones en la superficie libre del fluido en la torre están regidas por un movimiento armónico amortiguado.
- Entender el fenómeno transitorio del golpe de ariete y la oscilación entre tanques.

### 2. Marco Teórico

#### 2.1. Flujo Transitorio en Sistemas de Tuberías (Torre de Oscilaciones)

El fenómeno de presiones extremas en sistemas de tuberías es un factor determinante para el diseño de las mismas pudiendo ocurrir dos tipos de sobrepresiones:

- Altas: por efecto del cierre brusco de una válvula, ocasionando en algunos casos la ruptura de la tubería: este fenómeno se denomina golpe de ariete.
- Bajas: por el efecto de separación de la columna ó cavitación del fluido en operación, ocasionando el colapso de la tubería.

El golpe de ariete es un fenómeno transitorio que se presenta en sistemas de tuberías en régimen no permanente (variable) en la que se observa el efecto del fluido (líquido) compresible y la tubería deformable.

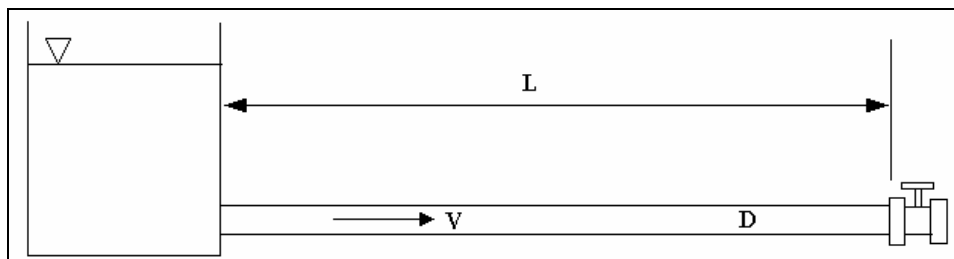
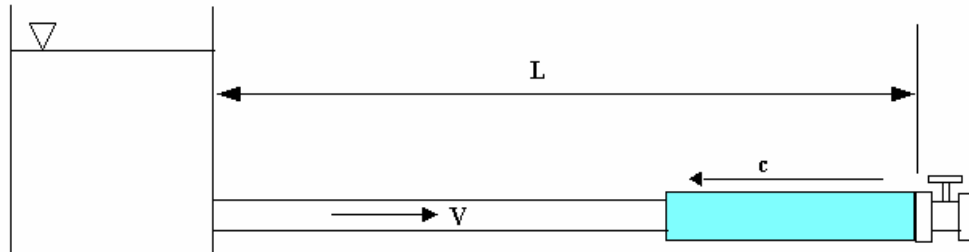


Figura 1. Sistema Tanque - Tuberías

Cuando se cierra una válvula en un sistema, la energía cinética del líquido (que fluye a través del tubo conectado aguas arriba de la válvula) es transformada en energía de presión al desacelerar total o parcialmente la corriente de fluido, produciendo incrementos localizados y por intervalos de tiempo determinados de la presión del sistema, los cuales provocan expansiones (dilataciones) o contracciones de las tuberías que pueden resultar en fallas por ruptura (o colapso



de las mismas). El fenómeno es transitorio debido a la fricción (viscosidad) y a la compresibilidad del medio líquido, así como a la capacidad de deformación de los tubos de la instalación, los cuales actúan como amortiguadores o disipadores de la energía de presión proveniente de la transformación de energía cinética del fluido confinado en el sistema de tuberías aguas arriba de la válvula (o bomba).



**Figura 2.** El tiempo que toma la onda de presión en recorrer la distancia  $L$  es  $t_0 = L / a$ .

Donde:

- a: la velocidad de la onda de presión (celeridad).
- $t_0$ : el tiempo de recorrido.

El fenómeno posterior al golpe de ariete tiene un período de oscilación  $T = 4t_0$ . Si el líquido fuera no viscoso y la tubería fuera rígida, el fenómeno perduraría estable en el tiempo; pero la viscosidad del fluido y la capacidad de deformarse que posee la tubería producen disipación de la energía del flujo, por lo que el fenómeno se atenuará en un intervalo de tiempo finito, característica típica de un fenómeno transitorio (régimen no permanente).

## 2.2. Torre de Oscilaciones

La torre de oscilación o tanque de oscilación, es un dispositivo que permite disipar la presión máxima generada en un sistema, por el cierre brusco de una válvula, en forma de oscilaciones de columna de líquido.

Las torres de oscilaciones se pueden clasificar en:

- Simples
- De orificio
- Diferenciales

Los tanques de oscilación simples, el cual se dispone en esta práctica, poseen una abertura sin restricciones que los comunican con las tuberías y son suficientemente largos de manera que el líquido no se derrame (a menos que se disponga de un vertedero para tal efecto). La característica anterior es empleada para eliminar la posibilidad de que el tanque se vacíe y entre aire en la tubería.

El análisis detallado de la solución de un tanque de oscilación implica una integración numérica de la ecuación de movimiento del líquido en la tubería, y se debe tener en cuenta la velocidad particular del cierre de la válvula junto con la ecuación de continuidad.



### 2.3. Análisis del Vaivén de Masa en la Torre de Oscilación

Este análisis asume que los efectos producidos por los cambios de velocidad, se propagan por la tubería en un tiempo despreciable, es decir, se considera que la velocidad del fluido es la misma a lo largo de todo el conducto.

Para un instante  $t$  luego de haber cerrado la válvula ubicada al final de la tubería, se presenta la situación mostrada en la Figura 3.

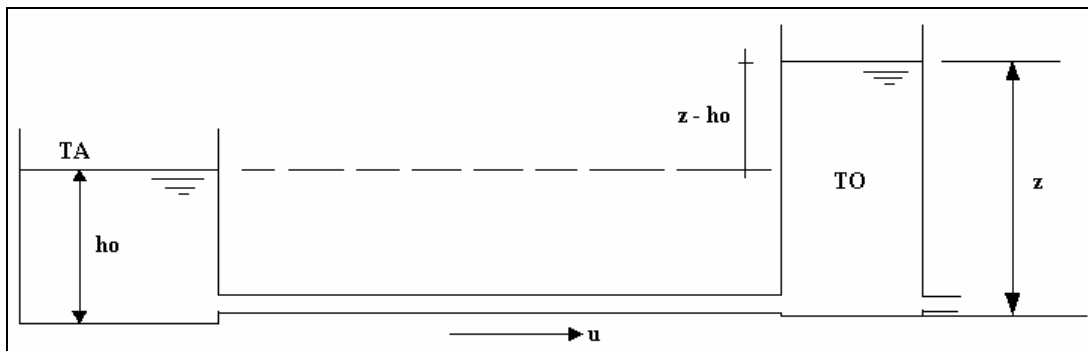


Figura 3. Montaje experimental del laboratorio

La velocidad de la tubería es entonces  $u$ , el nivel del tanque de almacenamiento es  $h_0$ , el nivel de la torre de oscilación es  $z$ .

Basado en la segunda Ley de Newton, se aplica la ecuación de Euler integrada a lo largo de una línea de corriente, es decir, se utiliza un volumen de control para un pequeño elemento cilíndrico de fluido con eje  $x$  a lo largo de una línea de corriente. Este enfoque requiere de la utilización de los principios de cantidad de movimiento lineal y continuidad. La ecuación de Euler, asumiendo  $u = const$ , viene dado por:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + B_x = \frac{\partial u}{\partial t} \quad [1.0]$$

Al integrarla sobre la línea de corriente:

$$\int_0^L \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + B_x \right) dx = \int_0^L \frac{\partial u}{\partial t} dx \quad [1.1]$$

La pérdida por fricción (suponiendo régimen turbulento) que se oponen al flujo, tomando en consideración las pérdidas menores en el sistema a través de una longitud equivalente de tuberías y accesorios, es la siguiente:



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
UNIDAD DE LABORATORIOS  
LABORATORIO "A"  
SECCIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

$$h_f = \frac{f L_e}{2 g D} u |u| \quad [1.2]$$

Donde:

$L_e$ : longitud equivalente de la tubería

$D$ : diámetro de la tubería

Considerando la caída de presión a lo largo de la longitud de la línea de corriente, ésta viene dada por:

$$\Delta P_f = \rho \frac{f L_e}{2 D} u |u| \quad [1.3]$$

Incluyendo resistencia, sin fuerzas de volumen axiales y considerando el fluido incompresible, la ecuación 1.1 es la siguiente:

$$-\frac{1}{\rho} \int_0^L \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int_0^L \frac{\partial u}{\partial t} dx \quad [1.4]$$

La diferencia de presión viene dado por la presión hidrostática de las altura  $z-h_0$ , la pérdida por fricción y la diferencia de presión dinámica. Luego, al integrar la ecuación 1.4 resulta la siguiente:

$$L \frac{\partial u}{\partial t} = - \left[ \frac{f L_e}{2 D} u |u| + g (z - h_0) \right] \quad [1.5]$$

Aplicando continuidad entre la tubería y la torre de oscilaciones, se tiene que:

$$A_{\text{tub}} u = A_{\text{torre}} \frac{\partial z}{\partial t} \quad [2.0]$$

Por lo tanto:

$$u = \frac{A_{\text{torre}}}{A_{\text{tubería}}} \frac{\partial z}{\partial t} \quad [2.1]$$

Derivando parcialmente respecto el tiempo la ecuación 2.1 se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{A_{\text{torre}}}{A_{\text{tubería}}} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad [2.2]$$

Sustituyendo la ecuación 2.2 en 1.5, y considerando la derivada total se obtiene:



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
UNIDAD DE LABORATORIOS  
LABORATORIO "A"  
SECCIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = (h_0 - z) \frac{g}{L} \frac{A_{tubería}}{A_{torre}} - \frac{f L_e}{2 L D} \frac{A_{torre}}{A_{tubería}} \left| \frac{dz}{dt} \right| \frac{dz}{dt} \quad [3]$$

La ecuación 3 describe el comportamiento teórico del sistema, y se resuelve numéricamente, debido a que no posee solución analítica. Para su resolución considere que  $f = 0,026$  y  $L_e = 9,3m$ .

Un segundo método para obtener  $z$  consiste en suponer una solución. Como el movimiento es amortiguado, se adopta la solución de un sistema oscilador amortiguado:

$$z(t) = h_0 - A e^{-\frac{\delta}{T} t} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad [4.0]$$

Donde:

A: Constante que se obtiene a partir de las condiciones iniciales ( $t = 0$ ).

$\delta$  : Decremento logarítmico.

T: Período experimental.

El decremento logarítmico de una curva que oscila alrededor de un punto cero, se define como:

$$\delta = \ln\left(\frac{x_i}{x_{i+1}}\right) \quad [4.1]$$

Donde:

$x_i$  y  $x_{i+1}$  son dos amplitudes consecutivas.

En el caso de la práctica  $h_0 = 1.51m$ , entonces,  $h_0$  deberá ser restada a todos los máximos y mínimos obtenidos en la experimentación.

Si el sistema es modelado conforme a la ecuación que se emplea para flujo transitorio entre dos tanques, se obtiene el período teórico según la siguiente ecuación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Y}{g \left(1 - \frac{X^2}{4gY}\right)}} \quad [4.2]$$

Donde:

$$Y = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) L + h_0 \quad [4.3]$$

$$X = K_a \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \quad [4.4]$$



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
UNIDAD DE LABORATORIOS  
LABORATORIO "A"  
SECCIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

$K_a$ , constante con dimensiones de velocidad. Considere  $K_a = 0.964 \text{ m/s}$ .

Es importante considerar que el uso de la ecuación 4.0 conlleva a un error de aproximación producto de asumir un decremento logarítmico constante. Este error está ligado a que el fenómeno físico en cuestión tiene asociado términos no lineales (i.e. fricción), por lo que asumir la solución de un sistema oscilador amortiguado es tratar de modelar el fenómeno con una ecuación diferencial lineal. No obstante, una validación determinará la relevancia del error cometido.

### 3. Descripción del equipo

El banco de pruebas utilizado para demostrar el funcionamiento de una torre de oscilaciones esta compuesto por:

- Tanque de almacenamiento de nivel constante (1).
- Tubería entre el tanque de almacenamiento y la torre de oscilaciones (1'-2').
- Torre de oscilaciones, compuesta por una tubería de plexiglas colocada verticalmente, con su respectiva escala de medición de altura en centímetros.
- Válvula de cierre rápido o válvula de control (en 2').
- Tanque de almacenamiento secundario para la recuperación del líquido.
- Tubería de retorno acoplada a una bomba centrífuga, la cual permite realimentar el tanque de almacenamiento.
- Cronómetro.

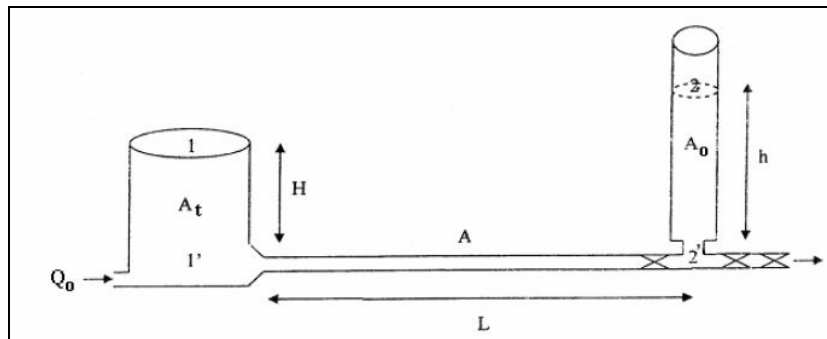


Figura 4. Montaje experimental del laboratorio

A continuación la dimensión de los componentes del equipo:

- Diámetro del tanque ( $D_t$ ):  $0.910 \pm 0.005 \text{ m}$
- Diámetro de la torre de oscilación ( $D_o$ ):  $0.114 \text{ m}$
- Altura máxima de la lectura de la columna de agua en la torre de oscilación:  $2.25 \text{ m}$
- Altura que se puede alcanzar en el tanque  $1.51 \text{ m}$ . Altura del vertedero  $1.49 \text{ m}$ .
- Longitud de la tubería:  $0.35 \text{ m}$  (Tobera a brida),  $8.55 \text{ m}$  (de brida a brida),  $0.20 \text{ m}$  (de brida al centro de torre),  $0.61 \text{ m}$  (de brida a válvula de cierre brusco).  $9.10 \text{ m}$  (Tanque hasta la torre).
- Diámetro nominal de la tubería ( $D$ ):  $2'' \text{ Sch } 40$  ( $0.05248 \text{ m}$ )
- Rugosidad de la tubería: Acero galvanizado.



#### 4. Funcionamiento del equipo

El funcionamiento del banco consiste en hacer circular líquido por la tubería conectada a la torre de oscilaciones, debido a la carga proporcionada por el tanque de nivel constante de altura  $H_a$ .

Cuando el sistema alcanza su estado estacionario, la válvula de control es cerrada instantáneamente produciéndose un golpe de ariete, que se traduce en ondas de presión que se transmiten por la tubería y la torre de oscilaciones.

#### 5. Procedimiento Experimental

1. Cierre la válvula de control.
2. Active el sistema de bombeo.
3. Llene el tanque de almacenamiento a una altura  $H_a$  sobre la línea central de la tubería.
4. Abra la válvula de control o de cierre rápido y espere hasta que el sistema alcance su estado estacionario.
5. Registre el nivel de la superficie libre del líquido en la torre de oscilaciones y ponga el cronómetro a punto.
6. Cierre rápidamente la válvula de control.
7. Observe el comportamiento de la torre de oscilaciones y registrar en la tabla los siguientes datos:
  - Altura máxima y mínima alcanzada por la superficie libre en cada oscilación.
  - Tiempo en el cual ocurre cada altura máxima y cada altura mínima.
8. Repita el procedimiento 4 a 7 tres veces.
9. Desactive el sistema de bombeo.

#### 6. Presentación de resultados

En ésta práctica se debe reportar lo siguiente:

- Calcule el período experimental (lectura directa de la gráfica o de la tabla de resultados).
- Calcule el período teórico y compárelo con el obtenido experimentalmente.
- Grafique las oscilaciones de la superficie libre del fluido en la torre obtenidas experimentalmente y compárelas con las obtenidas teóricamente. Se realizarán las siguientes gráficas:
  1. Una serie con datos experimentales, y tres series utilizando la ecuación 4.0 con los decrementos logarítmicos mínimo, máximo y promedio.
  2. Decremento logarítmico en función del ciclo ( $\delta$  Vs N).
  3. Una serie experimental, otra serie por la resolución de la ecuación 3 con el método de Runge Kutta de cuarto orden, y una serie adicional con los datos que mejor ajustaron de la gráfica en el punto 1.
  4. En caso de que se lo solicite el profesor, una serie experimental y la serie desarrollada por el método de las características considerando 16 nodos.
- Analice los resultados, comparando los métodos propuestos. Utilice las diferencias porcentuales como criterio.
- Conclusiones y cualquier otra consideración pertinente.



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
UNIDAD DE LABORATORIOS  
LABORATORIO "A"  
SECCIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

## 7. Datos experimentales

Tabla 1.- Alturas máximas-mínimas y el tiempo transcurrido

### CASO 1

$T_{H_{máx}}$ [s]							
$T_{H_{mín}}$ [s]							
$H_{máx}$ [cm]							
$H_{mín}$ [cm]							

### CASO 2

$T_{H_{máx}}$ [s]							
$T_{H_{mín}}$ [s]							
$H_{máx}$ [cm]							
$H_{mín}$ [cm]							

### CASO 3

$T_{H_{máx}}$ [s]							
$T_{H_{mín}}$ [s]							
$H_{máx}$ [cm]							
$H_{mín}$ [cm]							